

9. Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 1

V kódu je na prvním místě jedno z písmen A, B, C nebo D. Na dalších dvou pozicích je libovolné dvojciferné číslo od 11 do 45. (Existují např. kódy B22, A45 apod.)

(CERMAT)

1 Určete počet všech takto vytvořených kódů.

2 Určete neznámé číslo k , jestliže platí:

$$100! = k \cdot 98!$$

3 Určete neznámé číslo m , jestliže platí:

$$m! \cdot 2^8 = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 14 \cdot 16$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Cesta prochází několika křižovatkami. Na každé křižovatce je možné zahnout doleva (L), doprava (P), nebo pokračovat v přímém směru (S). Průjezd **dvěma** křižovatkami je možné zapsat dvojicí znaků, např. PP.

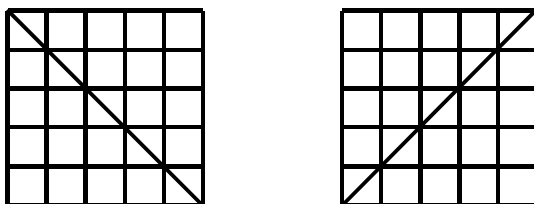
(CERMAT)

4 Kolika možnými způsoby lze projet dvěma křižovatkami?

- A) 9
- B) 8
- C) 6
- D) 5
- E) 4

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Na šachovnici, která má 5 x 5 polí, je vyznačena hlavní a vedlejší diagonála.



(CERMAT)

5 Kolika způsoby je možné na polích šachovnice rozmístit tři stejné figury tak, aby byly všechny tři buď jen na hlavní, nebo jen na vedlejší diagonále?

- A) 16
- B) 20
- C) 30
- D) 32
- E) 33

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Frontu na lístky tvoří čtyři dívky a šest chlapců.

(CERMAT)

6 Kolika různými způsoby se mohou osoby ve frontě seřadit?

- A) $10!$
- B) $4! + 6!$
- C) $4 \cdot 6$
- D) $4! \cdot 6!$
- E) $(4 \cdot 6)!$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Při zkoušce se zadávají tři otázky. První otázka se vybírá ze skupiny 10 otázek. Další dvě otázky se vybírají z jiné skupiny 20 otázek.

(CERMAT)

7 Kolik různých trojic otázek lze při zkoušce zadat?

- A) 4 600
- B) 4 000
- C) 3 800
- D) 1 900
- E) jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 8

Dětské soutěže se pravidelně účastní malí i velcí chlapci a malá i velká děvčata.

Pravděpodobnost, že zvítězí dívka, je 0,6. Pravděpodobnost, že zvítězí malá dívka, je 0,4. Malý chlapec zvítězí s pravděpodobností 0,3. Jen občas zvítězí velký chlapec.

(CERMAT)

8 Přiřadte ke každé otázce (8.1–8.4) správnou odpověď (A–F).

8.1 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí chlapec (malý nebo velký)? _____

8.2 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí velká dívka? _____

8.3 Jaká je pravděpodobnost, že zvítězí malé dítě (chlapec nebo dívka)? _____

8.4 Jaká je pravděpodobnost, že **nezvítězí** malá dívka? _____

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4 D) 0,5 E) 0,6 F) 0,7

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 9

V osudí jsou 2 bílé a 3 černé koule. Koule se vytahují po jedné a do osudí se nevracejí.

(CERMAT)

9 Přiřadte ke každému jevu (9.1–9.3) pravděpodobnost (A–E), s níž může nastat.

9.1 První tažená koule bude bílá. _____

9.2 První dvě tažené koule budou černé. _____

9.3 V první tažené dvojici koulí budou zastoupeny obě barvy. _____

A) $\frac{2}{3}$

B) $\frac{2}{5}$

C) $\frac{9}{25}$

D) $\frac{3}{5}$

E) $\frac{3}{10}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 10

Součet dvaceti položek je 6 000 korun. Po odebrání dvou položek v celkové hodnotě 960 korun se průměrná hodnota položky změní.

(CERMAT)

10 Vypočtete, o kolik korun se změní průměrná hodnota.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 11

V obchodním centru zákaznice testovaly tři druhy parfémů A, B, C. Svůj hlas mohly dát pouze jednomu z parfémů. Některé zákaznice se nedokázaly rozhodnout. Preference zákazníků jsou zaznamenány v tabulce.

	A	B	C	nerozhodnuté	Celkem
Četnost	40			20	200
Relativní četnost		20 %			

(CERMAT)

11 Vypočtete, kolik zákazníků preferovalo vítězný parfém.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOHÁM 12–13

Celkem 20 studentů psalo dva závěrečné testy A a B.

V tabulce jsou uvedeny výsledky testů, chybí pouze počet jedniček a dvojek v testu B.

	Známky				Počet žáků	Průměr	Medián	Modus
	1	2	3	4				
	Četnost známek							
Test A	3	8	9	0	20			
Test B			9	2	20			

(CERMAT)

12 Určete medián a modus známek z testu A.

13 V obou testech bylo dosaženo stejné průměrné známky.

Vypočtete průměrnou známku z testu A a počet jedniček v testu B.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Divadlo nabízí pro každé představení celkem 220 vstupenek po 300 korunách a 80 vstupenek po 500 korunách. Během deseti představení bylo šestkrát zcela vyprodáno a čtyřikrát se neprodala právě polovina dražších lístků.

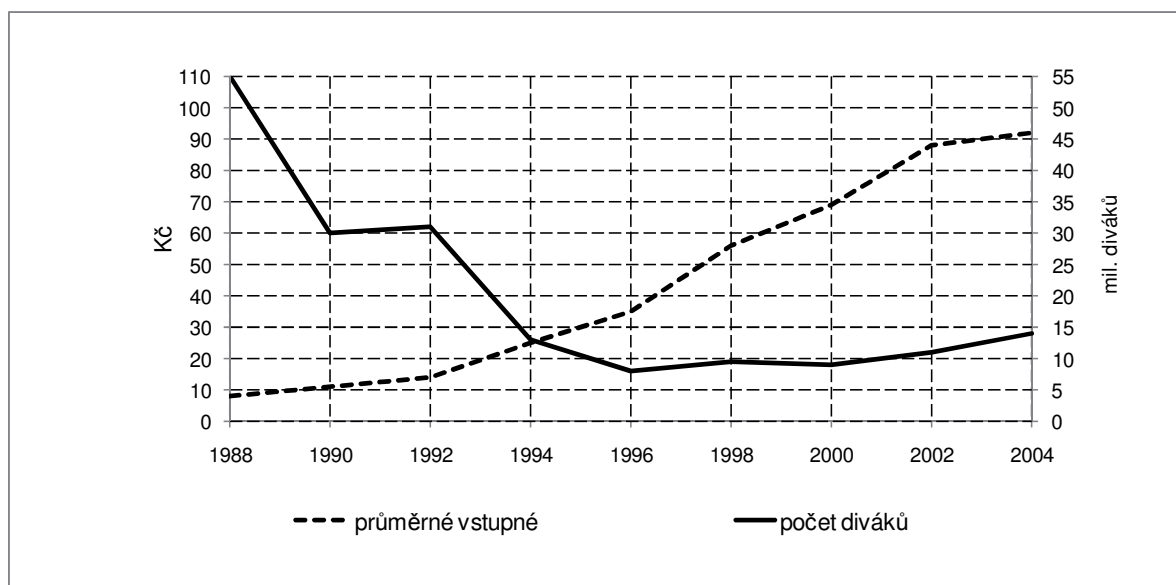
(CERMAT)

14 Jaká je průměrná tržba na jedno z deseti představení?

- A) 98 000 Kč
- B) 97 000 Kč
- C) 96 000 Kč
- D) 95 000 Kč
- E) jiná tržba

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 15

V grafu jsou uvedeny průměrné počty filmových diváků v milionech (sledujte na ose vpravo) a průměrná výše vstupného do kina v době od r. 1988 do r. 2004 (sledujte na ose vlevo). Návštěvnost klesala, ale vstupné se průběžně zvyšovalo.



(CERMAT)

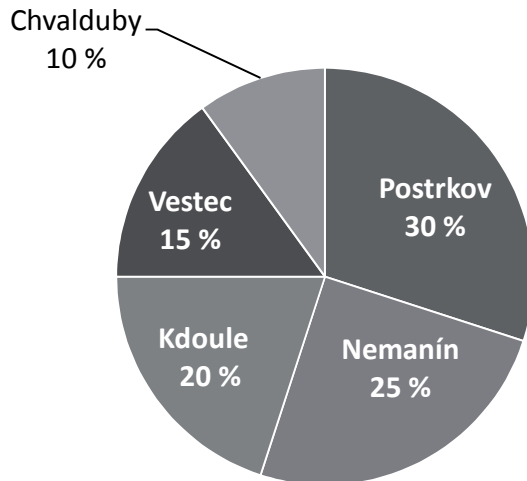
15 Průměrná roční tržba za vstupné do kina se od roku 1990 do roku 2000:

- A) v podstatě nezměnila.
- B) zvýšila jen velmi mírně, nejvýše o 20 %.
- C) zhruba zdvojnásobila.
- D) zvýšila téměř pětkrát.
- E) zvedla více než o 500 %.

VÝCHOZÍ TEXT A DIAGRAM K ÚLOZE 16

Na druhý stupeň základní školy v Postrkově chodí místní pěšky, ale všech 56 žáků, kteří jsou z okolních obcí, dojíždí. V diagramu je uvedeno rozložení počtu žáků podle místa bydliště.

Počty žáků z jednotlivých obcí v procentech



(CERMAT)

16 Kolik žáků dojíždí z Nemanína?

- A) 14 žáků
- B) 18 žáků
- C) 20 žáků
- D) 24 žáků
- E) jiný počet žáků

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 17

<p>Každý z 20 hráčů prováděl tři trestné hody na koš a třikrát střílel po otočce.</p> <p>V tabulce jsou hráči rozděleni podle úspěšnosti v obou střeleckých disciplínách. (Například čtyřem hráčům se podařilo proměnit jeden trestný hod a dva hody po otočce.)</p>	Počet účastníků		Proměněné trestné hody			
			3	2	1	0
	Proměněné hody po otočce	3	2		3	
		2		1	4	1
		1	2	1	5	
0				1		

(CERMAT)

17 Přiřadte ke každé otázce (17.1–17.4) odpovídající výsledek (A–F):

- 17.1 Kolik hráčů dalo stejný počet košů v obou disciplínách? _____
- 17.2 Kolik hráčů dalo celkem 4 koše? _____
- 17.3 Kolik hráčů udělalo alespoň 4 chyby? _____
- 17.4 Kolik hráčů bylo lepších při trestných hodech než ve střelbě po otočce? _____

- A) 4
 B) 5
 C) 6
 D) 7
 E) 8
 F) 9

VÝSLEDKY ÚLOH – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika

1	$4 \cdot 35 = 140$
2	$k = 9\,900$
3	$m = 8$
4	A
5	B
6	A
7	D
8	C, A, F, E
9	B, E, D
10	klesne o 20 korun
11	100
12	medián 2; modus 3
13	průměrná známka 2,3; počet jedniček 7
14	A
15	C
16	C
17	E, C, D, A